ANTI HORARIO VS HORARIO.

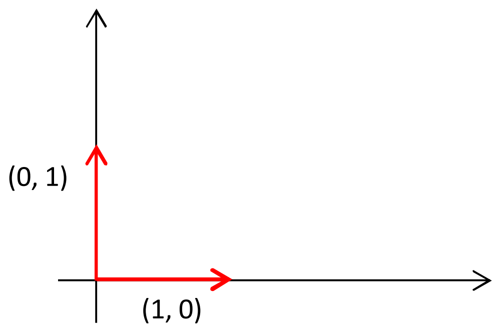
En los problemas de transformaciones geométricas siempre nos hablan de giro en sentido anti-horario, y la matriz del giro nos la definen con este tipo de giro. Pero, ¿y si el giro es en el otro sentido?¿cómo nos afecta?

Bueno, lo primero que vamos a hacer es "pensar un poco". La matriz de un giro alrededor del origen en dos dimensiones (sin usar, de momento, la notación matricial eficiente) es:

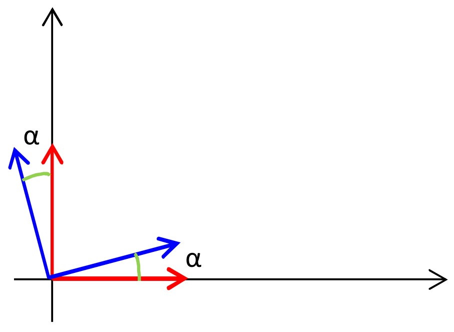
$$G = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -sen\,\alpha \\ sen\,\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

Pero la pregunta que os hago es: ¿Por qué es esta matriz?. La verdad es que la respuesta la obtenemos si consideramos el giro alrededor del origen como si fuera una aplicación lineal. Para verlo, hemos de usar un poco de geometría (y , por supuesto, algo de trigonometría, pero estoy seguro de que eso no os sorprende, ¿no?).

Tomemos nuestros vectores de la base canónica y representémoslos…



Y ahora representemos sobre esta figura, los mismos vectores girados un ángulo α en sentido anti-horario.



Ahora bien, nosotros sabemos que la definición de seno y coseno son:

$$sen\,\alpha = \frac{cateto\ hopuesto}{hipotenusa} \qquad \cos\alpha = \frac{cateto\ contiguo}{hipotenusa}$$

Como que la hipotenusa (la longitud del vector) es 1, las coordenadas del primer vector azul son:

$$\overrightarrow{v_1} = (\cos\alpha\,, sen\ \alpha)$$

Mientras que las del segundo vector azul (el que corresponde al giro del vector vertical) serán (hay que tener en cuenta que la coordenada x es “hacia la izquierda”, por lo tanto, negativa):

$$\overrightarrow{v_2} = (-sen\ \alpha, cos\ \alpha)$$

Por lo tanto, al poner las imágenes de la base canónica (los vectores azules, imágenes de los vectores rojos) en columna, tenemos la matriz de la aplicación lineal, es decir:

$$A = \big(f(c_1), f(c_2)\big) = (\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -sen\ \alpha \\ sen\ \alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

Que coincide con la matriz del giro que teníamos al principio….

Ahora vamos a hacer la matriz del giro en sentido horario de dos maneras distintas. La primera sería decir: Un giro α en sentido horario es un giro de –α en el sentido anti-horario. Así pues, la matriz sería:

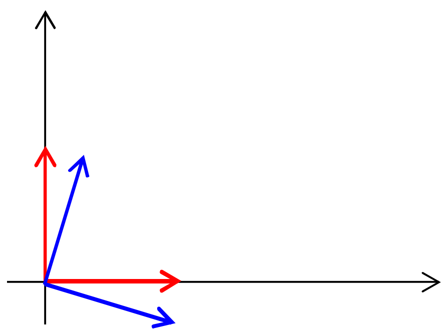
$$A' = \begin{pmatrix} cos(-\alpha) & -sen\ (-\alpha) \\ sen\ (-\alpha) & \cos(-\alpha) \end{pmatrix}$$

Y aquí hay que hacer una suposición. Yo voy a considerar que 0 < α < 90º, con lo que puedo afirmar que:

$$A' = \begin{pmatrix} cos(-\alpha) & -sen\ (-\alpha) \\ sen\ (-\alpha) & \cos(-\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & sen\ \alpha \\ -sen\ \alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

Podéis comprobarlo, por ejemplo, con la calculadora y con el ángulo -30º….o podéis haceros el dibujo y mirarlo.

La otra forma de hacerlo sería tomando nuestros vectores de la base canónica, darles un giro en sentido horario, ver qué coordenadas tienen ahora los vectores azules y los ponemos en columna (como hemos hecho antes). Es decir:



Así tenemos que (la segunda componente de v_1 es “hacia abajo”, por lo tanto, negativa):

$$\overrightarrow{v_1} = (\cos\alpha\,, -sen\ \alpha)$$

$$\overrightarrow{v_2} = (sen\ \alpha, cos\ \alpha)$$

Por lo tanto, la matriz sería:

$$A' = \big(f(c_1), f(c_2)\big) = (\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & sen\ \alpha \\ -sen\ \alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

…que coincide con la anterior.