Ya os he dicho que el problema acaba generando un sistema de ecuaciones muy simple, pero lo original es la forma de plantearlo. Creo que la forma más visual consiste en hacer un diagrama de estados y prescindir de dónde está (casa u oficina). Es decir, el hombre puede estar en tres posibles estados:

- O bien no tiene paraguas (esté donde esté, los dos paraguas están en el otro sitio).
- O tiene un paraguas consigo (y el otro está en el "otro sitio").
- O tiene los dos paraguas consigo.

Como sabemos que sólo coge paraguas si llueve, los posibles cambios de estado serán en función de si llueve (probabilidad p) o no llueve (probabilidad 1-p).

Por lo tanto tenemos que:

ESTADO 0:

Tanto si llueve como si no, el hombre saldrá de dónde esté y se irá al otro sitio (donde tiene los dos paraguas esperándole). Por lo tanto, de este estado se va siempre (probabilidad 1) al estado 2.

ESTADO 1:

El señor tiene un paraguas consigo (y el otro está en el "otro sitio"). Si llueve, el señor cogerá el paraguas y se marchará, por lo que llegará a su destino y allí tendrá los dos paraguas. Por lo tanto, pasará de estado 1 a estado 2 con probabilidad p.

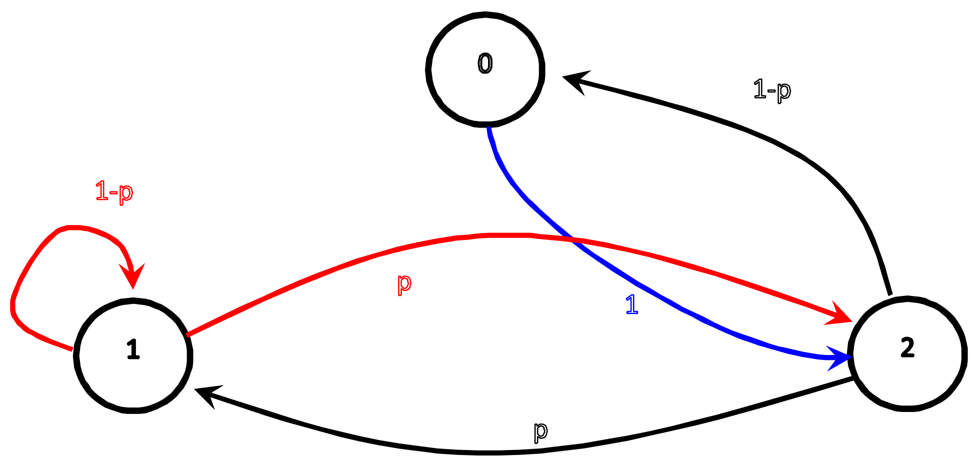
Si no llueve el oficinista saldrá a la calle sin paraguas y cuando llegue a su destino se encontrará el otro paraguas, por lo tanto, desde el estado 1 sale una flecha al estado 1 con probabilidad (1-p).

ESTADO 2:

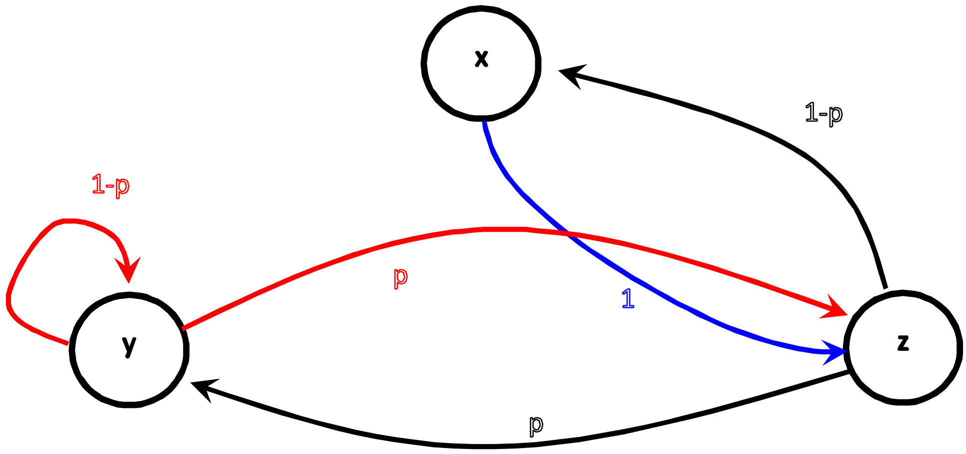
Si llueve, el señor cogerá uno de los dos paraguas y se marchará, pasando pues al estado 1 con probabilidad p.

Si no llueve, saldrá de dónde esté a cuerpo gentil y pasará al estado 0 con probabilidad (1-p).

Si reflejamos todos estos datos en un gráfico se ve bastante mejor:



Lo único que no sabemos (nuestras incógnitas) son las probabilidades de estar en cada uno de los tres estados. Si llamamos x, y, z respectivamente a las probabilidades de estar en el estado 0, el estado 1 y el estado 2, entonces el gráfico se nos transforma en:



Y lo único que hemos de hacer es igualar, para cada estado "lo que sale" con "lo que entra". Tenemos así tres ecuaciones básicas que son:

$$\begin{cases} 1 \cdot x = (1-p) \cdot z \\ p \cdot y + (1-p) \cdot y = (1-p) \cdot y + p \cdot z \\ p \cdot z + (1-p) \cdot z = p \cdot y + 1 \cdot x \end{cases}$$

Este sistema se complementa con una cuarta ecuación que es la que dice que el señor está forzosamente en uno de los tres estados, es decir, que las probabilidades de los tres estados suman 1:

$$x + y + z = 1$$

Al escribir juntas y reordenar un poco las cuatro ecuaciones vemos que:

$$\begin{gathered} x = (1-p) \cdot z \\ p \cdot y = p \cdot z \\ z = x + p \cdot y \\ x + y + z = 1 \end{gathered}$$

De la segunda sacamos que y=z y al sustituir en las otras tenemos que:

$$\begin{cases} x = (1-p) \cdot z \\ z = x + p \cdot z \\ x + z + z = 1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = (1-p) \cdot z \\ x = (1-p) \cdot z \\ x + 2z = 1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = (1-p) \cdot z \\ x + 2z = 1 \end{cases}$$

Y si tomamos la primera y la sustituimos en la segunda tenemos que:

$$(1-p) \cdot z + 2z = 1 \quad \Rightarrow \quad (3-p) \cdot z = 1 \quad \Rightarrow \quad z = \frac{1}{3-p}$$

Y ahora ya podemos calcular las otras dos:

$$y = z = \frac{1}{3-p}$$

$$x = z \cdot (1-p) = \frac{1-p}{3-p}$$

Pues bien, ahora ya podemos responder a la pregunta original. ¿Cuál es la probabilidad de que el amuermado se moje? Pues será la probabilidad de que esté en el estado 0 y que llueva, es decir, la probabilidad de que esté en el estado 0 multiplicada por la probabilidad de que llueva. Por lo tanto la probabilidad pedida es:

$$P(muermo\ mojado) = P(muermo\ en\ estado\ 0) \cdot P(lluvia) = \frac{1-p}{3-p} \cdot p = \frac{p \cdot (1-p)}{3-p}$$