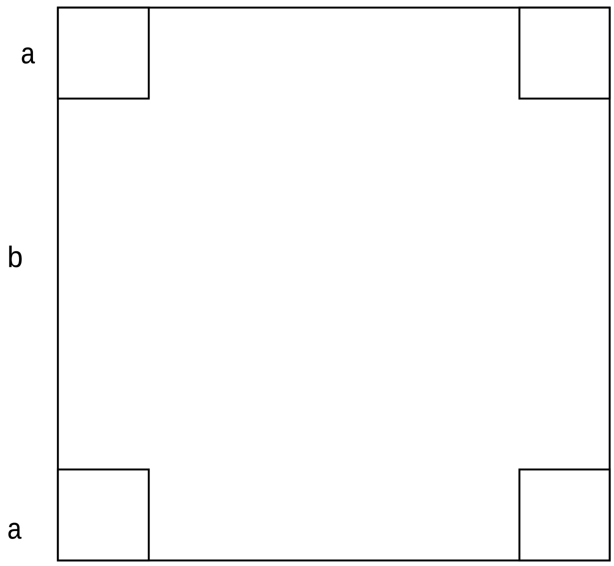
Los problemas de máximos y mínimos (optimización) nacen del hecho de que, cuando tienes una función f(x), al hacer la derivada e igualar a cero, tienes los candidatos a extremos (léase máximos y mínimos) de esa función. Entonces, todo consiste en encontrar una expresión de “lo que quieres maximizar (o minimizar)” en función de la variable independiente (lo que puedes variar).

Veamos un ejemplo: Nos dicen que para hacer cajas de cartón, se utiliza una plancha de cartón cuadrada de lado 100 cm y que mediante cortes en las esquinas de longitud a y doblándola luego, se obtiene una caja abierta por arriba. (Ver dibujo)



Lo que nos piden es que determinemos cuál es la medida de “a” que nos genera la caja de volumen máximo y cuál es ese volumen.

En estos problemas hay que “buscar” dos cosas: “Lo que hay que maximizar” (que será nuestra f(x)) y “Lo que podemos variar” (que será nuestra x). En este problema las dos están bastante claras. Lo que hay que maximizar es el volumen y lo que variamos es a.

Por lo tanto, hemos de expresar el volumen en función de a (que a partir de ahora llamaremos x) y utilizaremos la “condición” que nos dan para acabar de escribir la ecuación.

El volumen de la caja será:

$$V(x) = Superficie\ base \cdot altura = b^2 \cdot x$$

pero la “condición” nos dice que el lado mide 100, por lo tanto, a+b+a = 100, por lo tanto 100 = b + 2x, y por lo tanto b = 100 -2x. Con esto tenemos que:

$$V(x) = (100 - 2x)^2 \cdot x = (10000 - 400x + 4x^2) \cdot x = 10000x - 400x^2 + 4x^3$$

Para hallar máximos hay que derivar e igualar a cero, por lo tanto:

$$V'(x) = 10000 - 800x + 12x^2 = 0$$

Resolviendo tenemos que:

$$x = \frac{800 \pm \sqrt{800^2 - 4 * 12 * 10000}}{2 * 12} = \frac{800 \pm 400}{24}$$

Por lo tanto tenemos dos posibles valores:

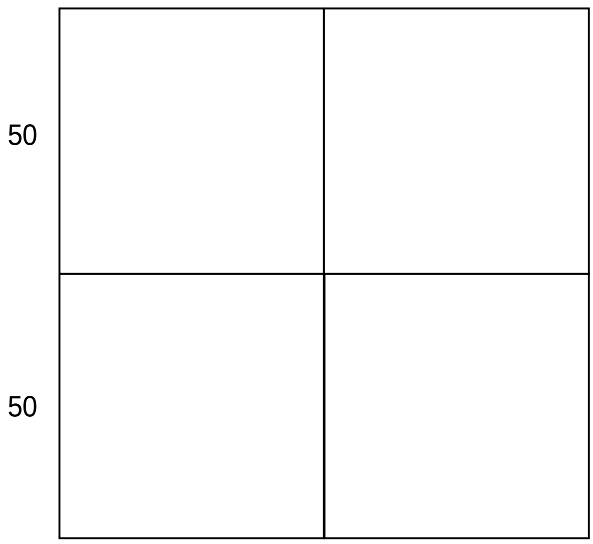
x1 = 1200/24 = 50 cm

x2 = 400/24 = 16,67 cm

¡¡¡Coño!!!! Tengo dos posibles valores, y ahora ¿qué?¿cuál es el bueno?

Bien, lo primero es ANTE TODO MUCHA CALMA!!

Si te fijas bien, el primero no puede ser nunca una solución de caja. Si haces los cortes a 50 cm lo único que consigues es dividir la cartulina en 4 trozos iguales y de caja…. Nada de nada. Eso sería un posible mínimo, la caja de volumen cero, pero es que entonces no es caja!!!



Por lo tanto, la solución "buena" es x=16,67 cm. Para este valor, ¿cuánto vale el volumen? Pues calculamos:

$$V(16{,}67) = 10000 \cdot 16{,}67 - 400 \cdot 16{,}67^2 + 4 \cdot 16{,}67^3 = 74.074{,}07\ cm^3$$

Lo que es muy importante es que SIEMPRE te dicen que hay "algo" que hay que maximizar o minimizar. Pues "eso" es la función. También SIEMPRE hay algo que puedes variar (y que suele ser de lo que te dicen "encuentra tal para que cual sea máximo"). Pues ahí lo tienes claro. Tal es x y cual es f(x).

También suelen darte una "condición" para que un problema que aparentemente tiene dos incógnitas (en el caso de la caja a y b) acabe siendo sólo de una incógnita (en el caso de la caja x y 100-2x).