Los compañeros de la UOC generaron un hermoso rompecabezas al resolver una integral por el método de la derivada logarítmica. Os lo pongo a ver si lo sacáis.

Nos piden que resolvamos la integral:

$$\int \frac{2x-7}{4x^2-28x+48} \cdot dx$$

Un primer compañero se dio cuenta de que si multiplicaba el numerador por 4 obtenía la derivada del denominador, por lo que hizo:

$$\int \frac{2x-7}{4x^2-28x+48} \cdot dx = \frac{1}{4} \cdot \int \frac{4 \cdot (2x-7)}{4x^2-28x+48} \cdot dx = \frac{1}{4} \cdot \int \frac{8x-28}{4x^2-28x+48} \cdot dx$$

Y aplicando el “truco” de la derivada logarítmica…

$$\frac{1}{4} \cdot \int \frac{8x-28}{4x^2-28x+48} \cdot dx = \frac{1}{4} \cdot \ln|4x^2-28x+48| = \frac{\ln|4x^2-28x+48|}{4}$$

Sin embargo otro compañero optó por sacar 4 factor común del denominador y, a partir de ahí, operar de forma similar:

$$\int \frac{2x-7}{4x^2-28x+48} \cdot dx = \int \frac{2x-7}{4 \cdot (x^2-7x+12)} \cdot dx = \frac{1}{4} \cdot \int \frac{2x-7}{x^2-7x+12} \cdot dx$$
$$= \frac{1}{4} \cdot \ln|x^2-7x+12| = \frac{\ln|x^2-7x+12|}{4}$$

Hemos resuelto la integral por dos caminos diferentes y hemos llegado a dos resultados distintos:

$$\frac{\ln|4x^2-28x+48|}{4} \neq \frac{\ln|x^2-7x+12|}{4}$$

¿Cómo es posible?