

a) Bien, pues lo primero es recordar aquella definición de la física que dice que:

$$velocidad = \frac{espacio}{tiempo} \Rightarrow tiempo = \frac{espacio}{velocidad}$$

Por lo tanto, lo que necesitamos para saber el tiempo que necesita el cocodrilo para atrapar a la cebra es el recorrido que hace por agua y por tierra y sus velocidades.

Para ir desde donde está hasta P, usamos el teorema de Pitágoras:

$$d_{agua} = \sqrt{6^2 + x^2} = \sqrt{36 + x^2}$$

Para ir de P hasta la cebra va en línea recta y recorrerá lo que le falta hasta los 20 m, es decir:

$$d_{tierra} = 20 - x$$

Y por lo tanto, los tiempos (en segundos) serían:

$$t(x) = \frac{\sqrt{36 + x^2}}{2} + \frac{20 - x}{2,5}$$

Y si pasamos las velocidades por agua y tierra a m/décimas de segundo tendremos que lo que nos piden es:

$$t(x) = \frac{\sqrt{36 + x^2}}{0,2} + \frac{20 - x}{0,25} = 5 \cdot \sqrt{36 + x^2} + 4 \cdot (20 - x)$$

b) El tiempo que necesita si va siempre por el agua lo obtenemos haciendo $x=20$, por lo tanto:

$$t(20) = 5 \cdot \sqrt{36 + 20^2} + 4 \cdot (20 - 20) = 5 \cdot \sqrt{436} + 0 = 104,4 \text{ décimas} = 10,44 \text{ s}$$

c) La distancia más corta por el agua es atravesar en perpendicular, por lo tanto $x=0$, y tenemos:

$$t(0) = 5 \cdot \sqrt{36 + 0^2} + 4 \cdot (20 - 0) = 5 \cdot 6 + 4 \cdot 20 = 116,0 \text{ décimas} = 11,60 \text{ s}$$

d) Para encontrar el valor de x que minimiza $t(x)$, derivamos e igualamos a cero:

$$0 = t'(x) = 5 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{36 + x^2}} \cdot 2x + 4 \cdot (-1) = \frac{5x}{\sqrt{36 + x^2}} - 4$$

Reordenamos y tenemos que:

$$\frac{5x}{\sqrt{36 + x^2}} = 4 \Rightarrow 5x = 4 \cdot \sqrt{36 + x^2} \Rightarrow 25x^2 = 16 \cdot (36 + x^2)$$

De donde sacamos que:

$$9x^2 = 576 \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{576}{9} = 64 \quad \Rightarrow \quad x = 8 \text{ m}$$

Por lo tanto, el punto que minimiza el tiempo es cuando P está situado a 8 m. El tiempo que emplea en llegar a la cebra es:

$$t(8) = 5 \cdot \sqrt{36 + 8^2} + 4 \cdot (20 - 8) = 5 \cdot 10 + 4 \cdot 12 = 98,0 \text{ décimas} = 9,8 \text{ s}$$