

La solución al problema de $0 = 1$ es muy sencilla. Os he engañado con una cosa que casi todo el mundo se olvida de incluir al hacer una integral sin límites definidos. Al calcular una primitiva (es decir, al hacer una integral sin límites de integración) hay que añadir siempre una constante, ya que las infinitas funciones que tienen la misma derivada se diferencian unas de otras en una constante. Es decir:

$$\begin{aligned}(\ln x)' &= \frac{1}{x} \\(25 + \ln x)' &= 0 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x} \\(C + \ln x)' &= 0 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x}\end{aligned}$$

Por lo tanto, al hacer las integrales de la demostración fraudulenta, hay que poner "+ Cte.". Así nos quedaría que (pongo sólo la constante en un lado si perder por ello generalidad):

$$-\ln x + Cte. = \int \frac{-1}{x} \cdot dx = \int \frac{-x}{x^2} \cdot dx = x \cdot \frac{1}{x} - \int \frac{1}{x} \cdot dx = 1 - \ln x$$

Y al "tachar" los logaritmos nos queda:

$$Cte. = 1$$

Igualdad que no hace temblar el hermoso edificio de las matemáticas...