Discusión por el método de Gauss

El método de Gauss consiste en "traducir" el sistema de ecuaciones lineales a la matriz A+ (matriz de los coeficientes ampliada con los términos independientes) y, mediante una serie de operaciones (básicamente reemplazar una fila por una combinación lineal de ella misma con otra fila) ir introduciendo ceros por debajo de la diagonal principal.

Parece chino, pero es una chorrada. Veamos un ejemplo:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=3 \\ 2\cdot x-y-z=0 \\ x-2\cdot y-a\cdot z=\ -b \end{array}\right\}$$

Paso primero, traducir el sistema en una matriz. Problema difícil donde los haya!!!!

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & -a & -b \end{array}\right)$$

Una vez superada la primera gran crisis, hay que seguir avanzando. Para ello tenemos que "meter ceros" debajo del primer uno. El proceso es muuuuuuy sencillo. Vamos a sustituir la fila 2 por una combinación que será: fila 2 – 2 · fila 1. Esto se suele expresar así:

$$F_2' = F_2 - 2\cdot F_1$$

Del mismo modo, sustituimos la fila 3 por fila 3 menos fila 1, es decir:

$$F_3' = F_3 - F_1$$

Con estas operaciones llegamos a:

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & -3 & -6 \\ 0 & -3 & -a-1 & -b-3 \end{array}\right)$$

El siguiente paso es "meter un cero" debajo del primer -3. La solución es fácil. Hacemos:

$$F_3'' = F_3' - F_2'$$

Y nos queda:

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & 2-a & 3-b \end{array}\right)$$

Y ahora nos ponemos a discutir el sistema.

Ya vemos que el conflicto lo podemos tener con los valores que anulan los numeritos de la última fila.

Si **a=2** tenemos dos posibilidades:

> Si **b=3**, entonces la última ecuación nos queda 0 = 0, lo que es muy bonito pero no nos aporta nada. La podemos tachar y nos queda un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas y por lo tanto un **Sistema Compatible Indeterminado**.
>
> Por el contrario, si **b≠3**… entonces Houston, tenemos un problema. La última ecuación nos queda 0 = algo. Lo cual es falso y por lo tanto, tenemos un **Sistema Incompatible**.

Si **a ≠ 2** también tenemos 2 posibilidades, aunque el resultado acabe siendo casi el mismo:

> Si **b=3**, entonces la última ecuación nos queda "algo · z = 0", lo que se acaba traduciendo en que z=0 y, yendo hacia arriba, despejamos el resto de incógnitas y tenemos un **Sistema Compatible Determinado** (lo que pasa es que con la particularidad de que z=0).
>
> Si **b≠3**, entonces la última ecuación nos queda "algo · z = otro algo", despejamos z y, yendo hacia arriba, despejamos el resto, por lo tanto tenemos un **Sistema Compatible Determinado**.

Y no hay más.

Se pueden complicar los sistemas mucho, pero el método es así de sencillo.