Para calcular determinantes “grandes” (dejando aparte métodos tipo wiris, etc) lo mejor es hacerlo mediante el “desarrollo por filas o columnas”. Como explicarlo es largo, hago un ejemplo y lo veréis más claro. Los conceptos básicos son:

- Escojo una fila o columna y voy “desarrollando por ella” a base de multiplicar el número por el “menor adjunto”.
- Ojo que los adjuntos llevan signo. Para verlo, hay que ir cambiando de más a menos y viceversa, cada vez que nos desplazamos a la derecha, izquierda, arriba o abajo. Prohibido en diagonal!!!!

Vamos a por ello. Calcular:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

En este caso, aunque sea un determinante de orden 6, lo reducimos fácilmente a uno de orden 5 al desarrollar por la primera columna.

Así el determinante inicial es igual a:

$$1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Ahora, para desarrollar este determinante, casi, casi es de libro el hacerlo por la tercera fila, ya que tiene tres ceros y nos anulará un montón de subdeterminantes…. Así el determinante queda:

$$1 \cdot \left\{ (-1) \cdot \begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \end{vmatrix} \right.$$

$$+1 \cdot \left.\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}\right\}$$

El primero de los dos determinantes de orden cuatro que nos encontramos es una perita en dulce. La primera y la última columna son iguales, por lo tanto da cero. Así pues, nos queda que nuestro super-determinante, se reduce a uno de orden 4, y nos queda que el determinante vale:

$$1 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Ahora este determinante lo desarrollamos por la primera columna (para pillar el último cero que nos queda) y nos sale que el determinante vale:

$$1 \cdot 1 \cdot \left\{ 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \right\}$$

ATENCIÓN: Fijaos que el tercer uno lleva un menos por la alternancia + - + - del desarrollo!!!!

Y aquí lo dejo. Resolver los determinantes de orden tres seguro que lo sabéis hacer (además el tercero vuelve a dar cero por repetir la primera y tercera columnas….)

¿Os queda claro?

Si no lo veis, preguntad y lo hago más lento.

Josss