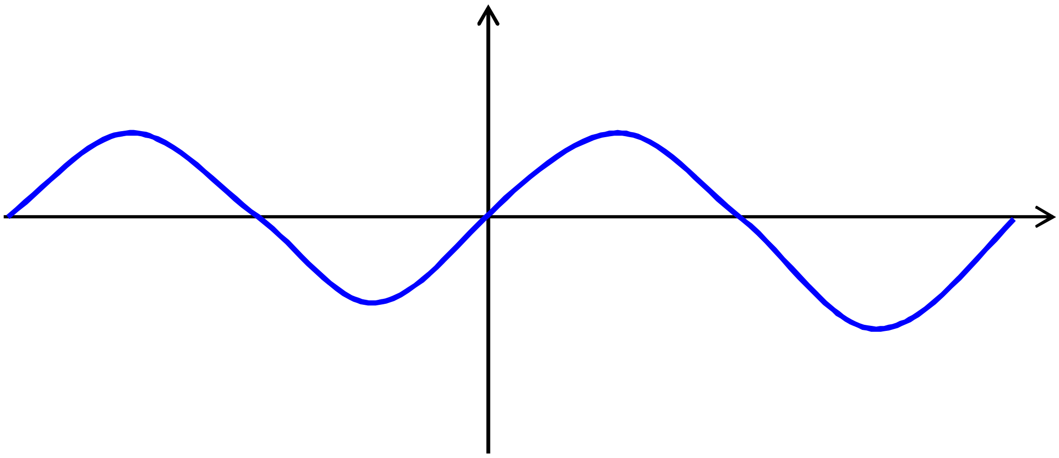
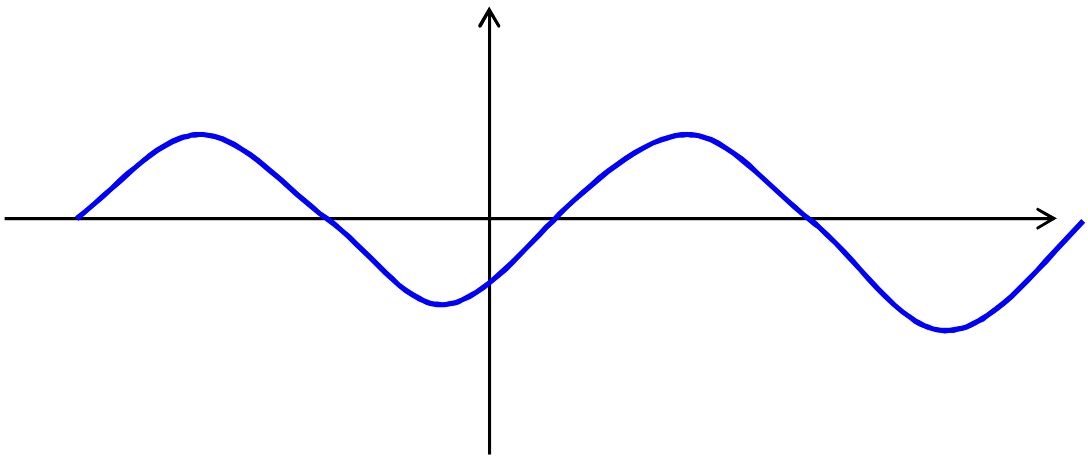
¿Se pueden representar funciones "a pelo", simplemente "viendo" cómo se van a comportar? La respuesta es que, a veces, sí. Este pdf viene a cuento por un problema de los que acostumbran a salir en el Mooddle y que suelen generar dudas, así que intentaré transmitir algo de lo que se puede deducir al leer la fórmula de una función.

De entrada, es muy importante que conozcamos algunas de las características básicas de algunas funciones (seno, coseno, exponencial, logaritmo…) pero como eso lo tenéis explicado en el pdf de "Representación de funciones", no lo voy a tratar aquí.

Una de las primeras cosas que quiero mostrar es que, si en una función, cambiamos x por (x-a) lo que estamos haciendo es "trasladar" la función hacia la derecha "a" unidades. Es decir, todos tenemos muy claro como es la función sen(x):



Sabemos que vale 0 en x={…, -2π, -π, 0, π, 2π,…} y que tiene los máximos y mínimos entre esos puntos. Si ahora sustituimos x por (x-1), tenemos la función siguiente:



Es la misma función, pero desplazada. ¿Por qué?. Pues porque los "ceros" los tendrá donde se anule "lo de dentro" del seno, es decir, tendremos un cero cada vez que:

$$(x-1) = \{\ldots -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi, \ldots\}$$

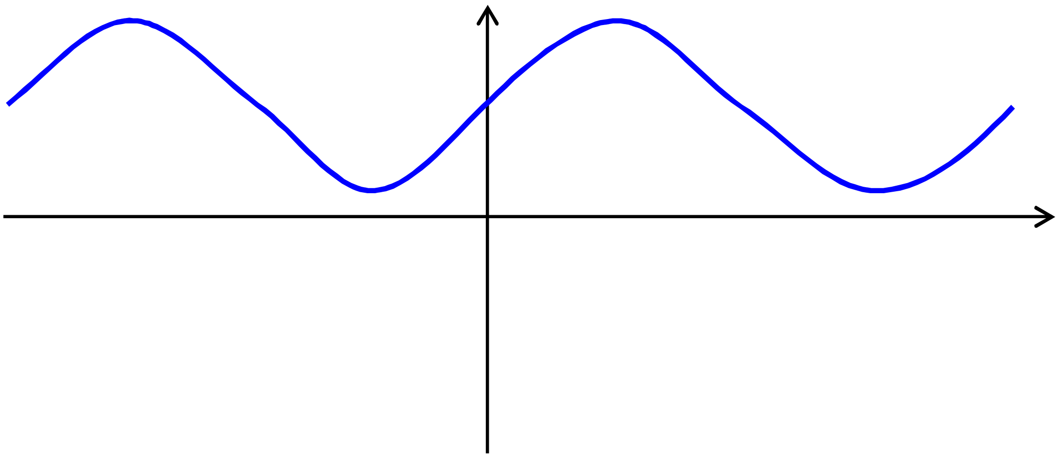
O lo que es lo mismo, cada vez que:

$$x = \{\dots - 2\pi + 1, -\pi + 1, 0 + 1, \pi + 1, 2\pi + 1, \dots\}$$

Por lo tanto, hemos “corrido” la función hacia la derecha.

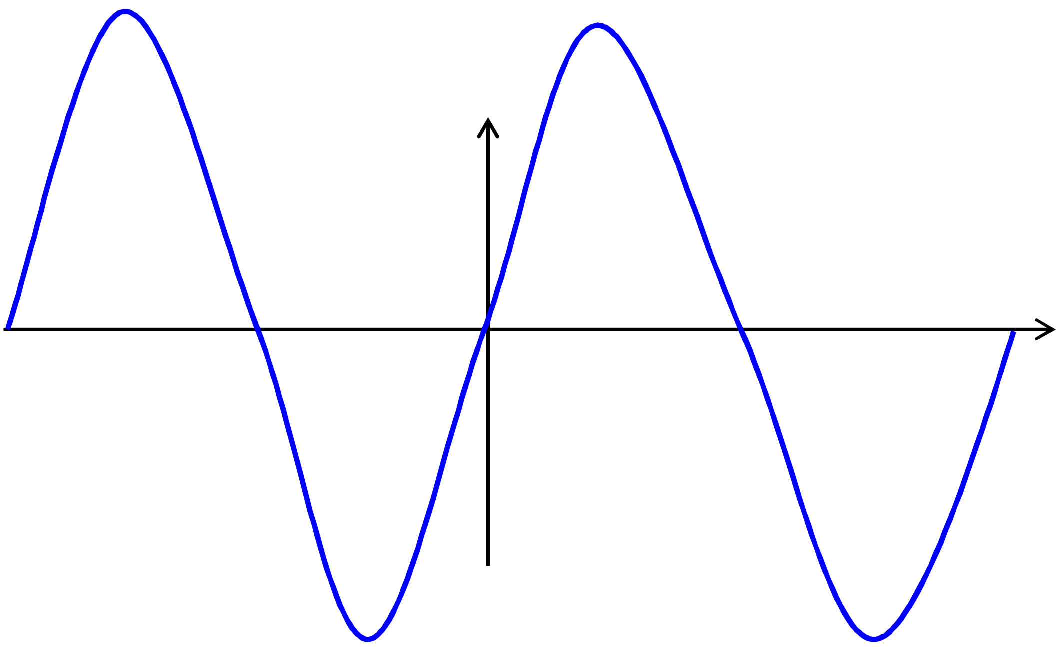
Si lo que hacemos es cambiar x por x+a, lo que hacemos es correr la función hacia la izquierda, ya que “-a” hacia la derecha es “a” hacia la izquierda….

Otro cambio muy fácil de ver es cuando a nuestra función le suman una constante, por ejemplo, que a nuestra función seno le sumen 1:



Sencillamente, al sumar 1, corremos la función hacia arriba….No tiene más secreto.

Otra operación que suele hacerse es la de multiplicar por un número. Por ejemplo, 3·sen(x). Nosotros ya sabemos que la función seno oscila entre -1 y 1. Si la multiplicamos por 3, la función oscilará entre -3 y 3. Además, los puntos que valen 0 en sen (x) seguirán valiendo 0 en 3·sen(x), por lo que la función será:



Y seguirá anulándose en nuestra colección de puntos x={…, -2π, -π, 0, π, 2π,…}.

Pero, si el problema tiene un poco de “mala uva” es posible que el 3 no esté multiplicando al seno, sino a la x, entonces ¿qué pasa si tenemos sen (3·x)?

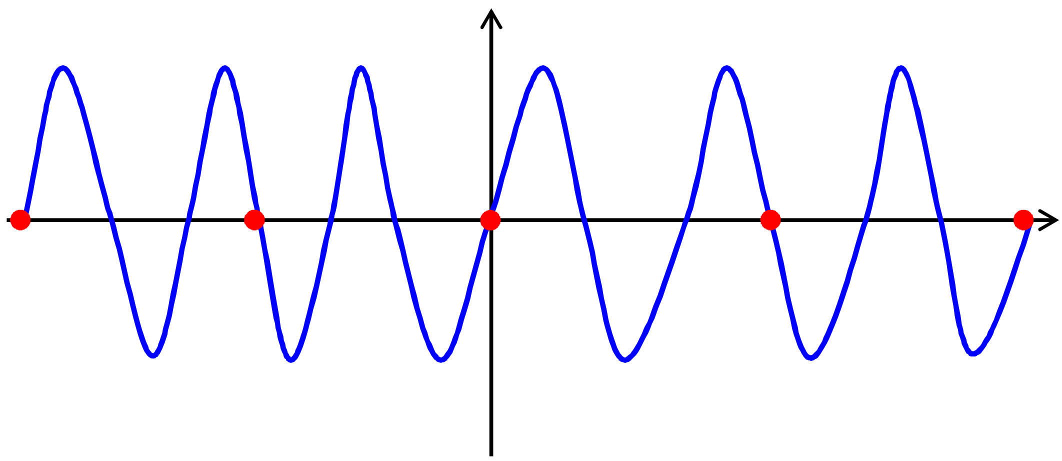
Pues que tendremos que nuestra colección de ceros será:

$$3x = \{\dots, -6\pi, -5\pi, -4\pi, -3\pi - 2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, 5\pi, 6\pi, \dots\}$$

O lo que es lo mismo, cada vez que:

$$x = \{\dots, -2\pi, -5\pi/3, -4\pi/3, -\pi, -2\pi/3, -\pi/3, 0, \pi/3, 2\pi/3, \pi, 4\pi/3, 5\pi/3, 2\pi, \dots\}$$

Donde os he marcado en rojo a nuestros viejos amigos, sólo que hay tres veces más puntos. Es decir, que hemos “comprimido” las ondas y nuestra función será algo parecido a:

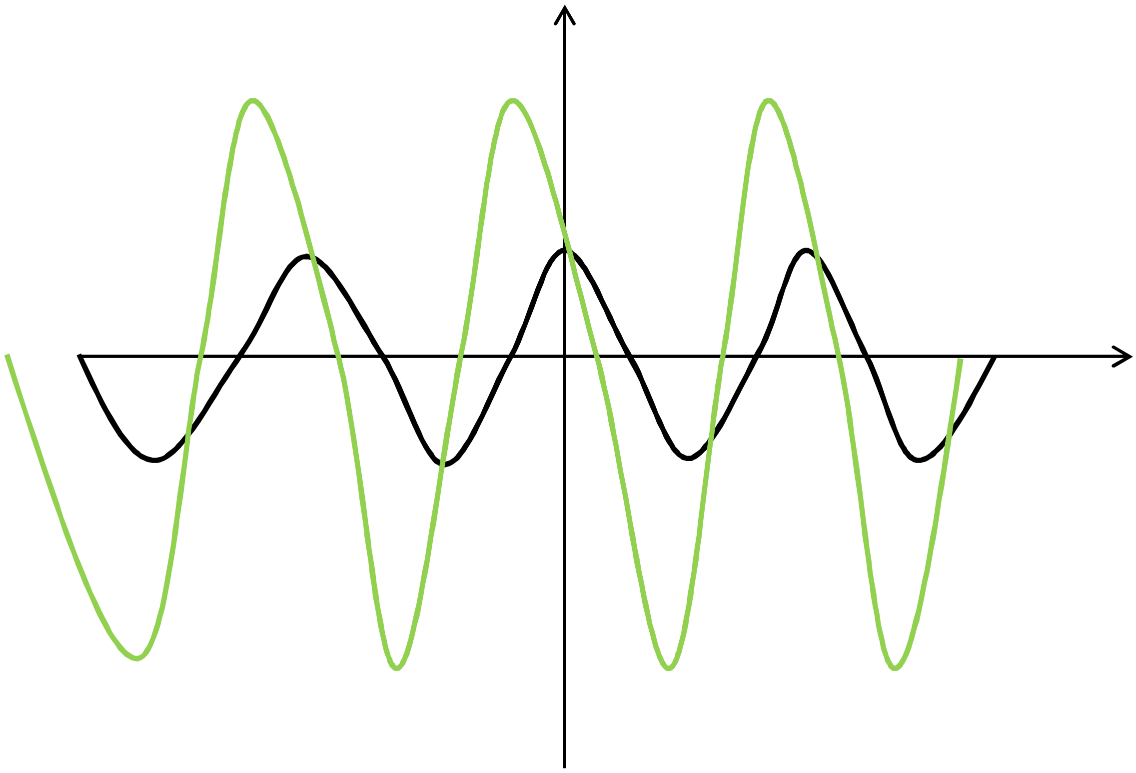


Y os he puesto los puntos rojos en nuestros “viejos amigos”….Como veis, entre cada par de ellos, se nos han “colado” un par de ceros….

Ahora ya estamos en condiciones de resolver el problema que me consultaron y que ha motivado este pdf.

Os lo transcribo a continuación:

En la gráfica siguiente se representa en color negro la función f(x) = cos (x) y en color verde la función g(x), que es una transformación de f(x):



Di cuál de las siguientes es la expresión algebraica de g(x) y razona tu respuesta:

$$a)\ g(x) = \cos\big(4 \cdot (x+1)\big)$$
$$b)\ g(x) = 4 \cdot \cos(x+1)$$
$$c)\ g(x) = \cos(4 \cdot x) + 1$$
$$d)\ g(x) = 4 \cdot \cos(x) + 1$$

Al mirar las gráficas ya podemos ver que, se trata de la misma gráfica "ampliada" y "desplazada hacia la izquierda". Eso quiere decir que el factor multiplicativo (el 4) ha de estar "fuera" del coseno (porque si estuviera dentro, lo que haría sería comprimir la onda, y no es el caso). Por otro lado, el término que suma (el que desplaza la onda) ha de ser el resultado de sustituir x por (x+1) (ya que si estuviera "fuera" del coseno, lo que haría sería moverla hacia arriba).

Por lo tanto, claramente, se trata de la expresión b)

$$g(x) = 4 \cdot \cos(x+1)$$

Espero que os haya servido.

Yatá.